

Fagbeskrivelser: Kognition og Uendelighed

Indhold

FÆLLESFAGLIG BESKRIVELSE	side	2
INDLEDNING OM KOGNITION	side	5
MATEMATIKFAGLIG INDLEDNING	side	8
DANSK	side	10
1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt	side	10
Pædagogiske overvejelser og indhold	side	11
2. Forløbets danskfaglige mål og faglige indhold	side	13
Faglige mål og fagligt indhold	side	13
3. Lektionsplan – dansk	side	14
4. Litteraturliste – dansk	side	16
RELIGION	side	17
1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt	side	17
Pædagogiske overvejelser og indhold	side	17
2. Forløbets danskfaglige mål og faglige indhold	side	19
Faglige mål og fagligt indhold	side	19
3. Lektionsplan – religion	side	20
4. Litteraturliste – religion	side	21
MATEMATIK	side	22
1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt	side	22
Pædagogiske overvejelser og indhold	side	23
Eksamensspørgsmål til mundtlig eksamen	side	23
2. Forløbets danskfaglige mål og faglige indhold	side	24
Faglige mål og fagligt indhold	side	24
3. Lektionsplan – matematik	side	25
4. Litteraturliste – matematik	side	32

Fællesfaglig beskrivelse

Projektet er gennemført under DASG som et *fagoverskridende* undervisningsforløb. Formålet med projektet var at planlægge og gennemføre et samspilsforløb mellem matematik (som repræsentant for de naturvidenskabelige fag), dansk og religion (som repræsentant for de humanistiske fag), som både tager udgangspunkt i et tema, som er centralt i alle tre fag og fænomenet og begrebet 'uendelighed'. Og som forsøger at få centrale metoder i de tre fag til at spille sammen ved at tage udgangspunkt i nogle overfaglige begreber, der derefter manifesterer sig forskelligt i hvert fag. De overfaglige begreber er hentet fra den kognitive semantik, som er en teori om, hvordan kognitive operationer, herunder sansning, tænkning, hukommelse og emotioner, kan beskrives. De vigtigste begreber er **billedskema**, **metafor**, **metonymi**, **narrativ** og **blending**.

Projektet er gennemført med et 1.g hold på 27 elever fra Ringsted Gymnasium, der er sammensat af tre forskellige studieretninger:

- 10 elever med studieretningen ma A + fy B + ke B
- 9 elever med studieretningen en A + sa A + ma B
- 8 elever med studieretningen en A + sp A + sa B

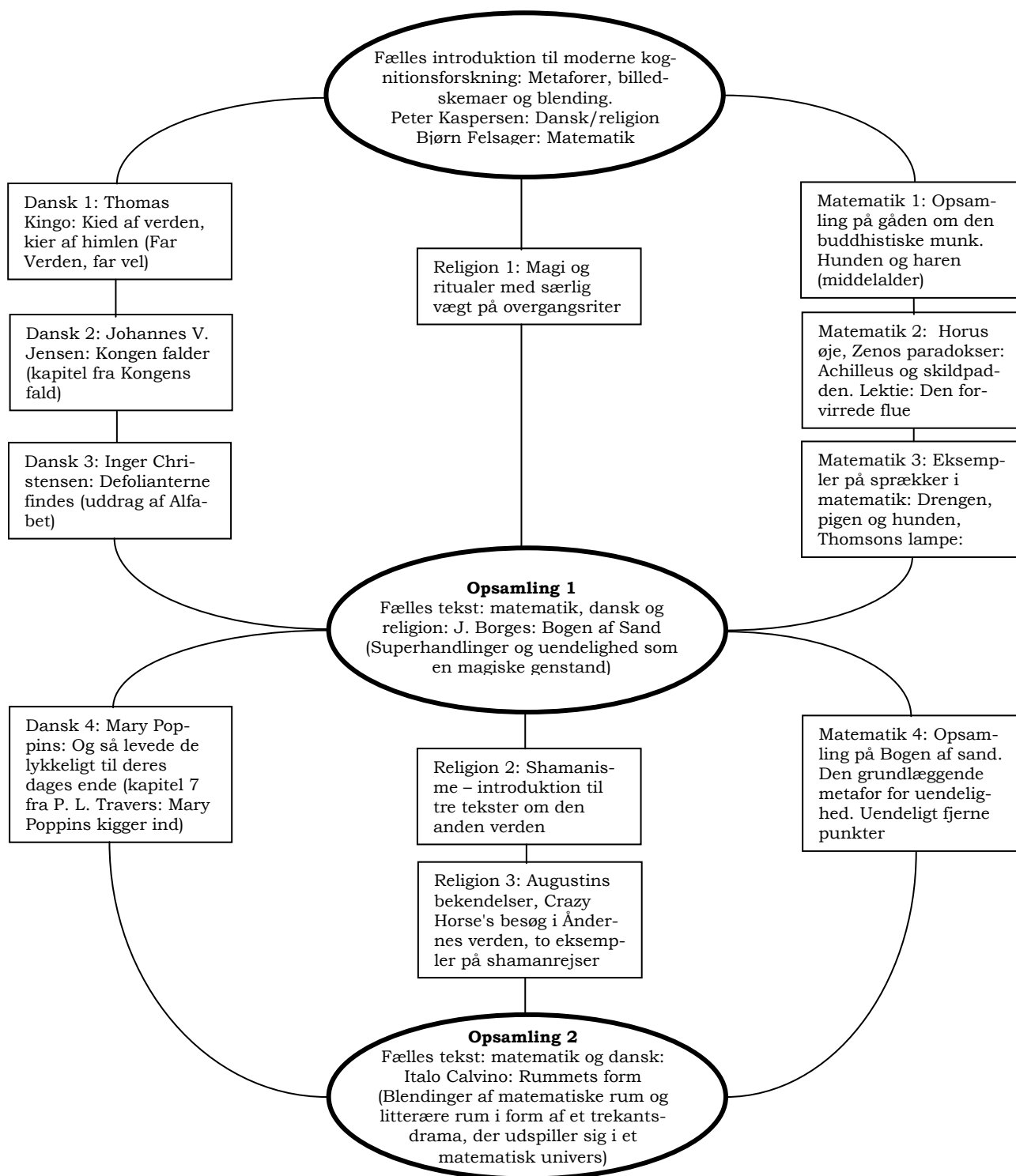
Altså havde eleverne meget forskellige matematikfaglige forudsætninger.

Vi ønskede at gennemføre forløbet som et "ægte" flerfagligt undervisningsforløb uden for AT i "normalt" skema. Det har været nødvendigt at bytte og tilføje lektioner og at gennemføre forløbet inden for to skemauger. Dansk fik 6 lektioner, religion 3 lektioner og matematik 5. Skemaet så således ud for eleverne:

Uge 5	Mandag 1/2	Tirsdag 2/2	Onsdag 3/2	Torsdag 4/2	Fredag 5/2
1. modul 08:00-09.30	en1x1 - AB	ke1x1 - JS	Undervisning aflyst pga. snestorm	bilx - LT	DASG MA
2. modul 09.45-11.15	DASG introduktion	DASG DA		DASG MA	id1x - SM/BO
3. modul 11.45-13.15	DASG DA	DASG MA		sp1x - EH ty1x - LI	DASG DA
4. modul 13.20-14.50	DASG RE	bk1r1 - JV dr1r2 - TI			

Uge 6	Mandag 8/2	Tirsdag 9/2	Onsdag 10/2	Torsdag 11/2	Fredag 12/2
1. modul 08:00-09.30	ke1x1 - JS	DASG MA	bilx - LT	fy1x1 - OF	id1x - SM/BO
2. modul 09.45-11.15	fy1x1 - OF	DASG RE	DASG DA	DASG gruppearbejde	DASG fremlæggelser
3. modul 11.45-13.15	en1x1 - AB	bk1r1 - JV dr1r2 - TI	DASG DA	DASG gruppearbejde	DASG fremlæggelser
4. modul 13.20-14.50	DASG opsamling	DASG RE	DASG DA+MA		DASG evaluering

Herunder ses en overordnet plan for indholdet af de enkelte timer som vil blive beskrevet nærmere i de følgende fagbeskrivelser:



I tværfaglige sammenhænge kan man nogle gange undre sig over at eleverne ikke selv skaber indlysende transfer mellem fagene. Det er vigtigt at vi som lærere sikrer, at eleverne overfører viden mellem fagene således at synergien ikke går tabt. Dette kan foregå ved at deltage i hinandens timer således at man kan relatere til indhold og diskussioner. I projektet har Bjørn Felsager deltaget som observatør i enkeltfaglige timer. Dermed har det været muligt at trække røde tråde mellem de enkeltfaglige timer og sikre transfer.

Efter 'Opsamling 2' fik eleverne to moduler til at udarbejde et oplæg i grupper, der skulle handle om en selvvalgt gåde om uendelighed og som både skulle gøre brug af matematiske repræsentationer, af metaforer og billedskemaer og have et magisk islæt. De seks grupper fremlagde deres projekter over to moduler den sidste dag før vinterferien. Alle faglærere og gæstelærere deltog og kommenterede oplæggene, der også blev videofilmnet. Dermed har vi dokumentation for de seks oplæg som kulmination på projektet. Dertil kommer en interviewrunde i uge 9 med alle grupperne.

De overordnede mål for DASG projektet har været:

- Eleverne skal opnå forståelse for hvorledes metaforer/billedskemaer bruges som redskab til begrebsdannelse
- På metaniveau skal eleverne opnå forståelse for hvad det er de gør når de analyserer og fortolker tekster/opgaver
- Eleverne skal opnå viden om teorien knyttet til moderne kognitionsforskning
- Udarbejdelse af lærebogsmateriale

Indledning om kognition

Ved Peter Kaspersen

I artiklen *Hvorfor fagligt samspil?* skelner filosofen Søren Harnow Klausen mellem fire former for fagligt samspil:

- A. Brug af *hjælpediscipliner*: Et eller flere fag bidrager til at behandle en enkeltfaglig problemstilling
- B. *Flerfaglighed*
- C. *Fællesfaglighed* (eng. "interdisciplinarity")
- D. *Fagoverskridende* samarbejde ("transdisciplinær" forskning og undervisning)

Den sidste form er den mest integrerede og stiller de største krav til undervisningen, men det er også den form der er bedst egnet til at give indsigter af en art som undervisningen i de enkelte fag hver for sig ikke kan give. Hvis et sådant samspil skal lykkes, kræves der to ting: Overfaglige teorier og metoder samt et emne der er centralt for alle de deltagende fag. Det er denne sidste form vi har forsøgt os med i projektet.

Kognitionsforskningen er måske det bedste eksempel på et sådant samspil på videnskabeligt niveau. Kognitionsforskningen opstod på Harvard og MIT omkring 1960 som et videnskabeligt forskningsfelt på tværs af traditionelle fag- og fakultetsgrænser. Resultaterne af denne forskning er siden taget i brug på en lang række områder, mest revolutionerende formentlig i IT-sammenhæng, men også i den almene vidensudviklings form og indhold.

Som emne valgte vi 'uendelighed'. Som hovedteori valgte vi den del af kognitionsforskningen der kaldes 'kognitiv semantik'. Hvad angår metode har vi forsøgt at etablere et lille antal centrale begreber fra teorien som analysebegreber der kan bruges i alle tre deltagende fag. Og vi har endelig i et vist omfang indrettet undervisningen efter didaktiske principper som vi har ment at kunne udlede af de kognitive teorier og metoder.

Den kognitive semantik er en disciplin inden for lingvistikken, men semantik spiller en rolle i alle fag der beskæftiger sig med 'mening', og det vil i praksis sige samtlige gymnasiale fag. Det er oplagt at inddrage dansk, fordi det traditionelt er det fag der mest eksplicit tematiserer analyse og fortolkning af mening i tekster, og matematik, fordi de kognitive semantikere også har interesseret sig for på hvilken måde også matematik er meningsbærende og -skabende. Dansk og matematik er desuden det samlede skolesystems to hovedfag, og de findes begge i samtlige studieretninger i stx.

Samarbejdet mellem Haslev Gymnasium og Peter Kaspersen fra IFPR indledtes i DASG-regi i efteråret 2008, hvor Peter Kaspersen deltog i et seminar for alle science-gymnasierne i Strib. Ved den lejlighed blev ideen om at anvende kognitiv semantik i et DASG-projekt luftet. Men ideen blev først taget op igen i efteråret 2009.

På et seminar d. 31.8.2009 blev Midtsjællands Gymnasiers dansk- og matematiklærere introduceret dels til almindelige begreber i den kognitive semantik,

dels til deres anvendelighed i dansk og matematik. De begreber der blev introduceret var: Billedskemaer, narrative strukturer, aspektuelle skemaer, begrebsmetaforer, projicering, blending og begrebsnetværk. For dansks vedkommende desuden poetiske metaforer, verbalaspekter, overbestemthed og underbestemthed, topologisk, metonymisk og metaforisk tekstfunktion, processuel litteraturredidaktik, fæno/kognitive arbejdsspørgsmål og to analyseeksempler (Aarestrup og Johs. V. Jensen).

Som et led i selve undervisningsforløbet i 1.g blev et mindre antal af disse begreber præsenteret for eleverne i en mere almen ramme: Hvad vil det sige at tænke, hvad er kognition og emotion, hvad er hjerneaktivitet, kunstig intelligens, hjernescanninger, figur/grund, scripts, scenarier og prototyper, billedskemaer, projicering, blending, begrebsmetaforer, topologisk, metonymisk og metaforisk tekstfunktion og poetiske metaforer.

De præsenterede begreber blev derefter anvendt i tekstanalyserne og i analysen af matematiske begreber og problemstillinger. Undervisningen har haft det dobbelte formål at introducere eleverne til viden om kognition og kognitionsforskning, og – mere afgørende – at lære dem at *bruge* denne viden i konkrete situationer.

Begreberne stammer fra en række forskere. Først fremmest fra George Lakoff. Han har skrevet en række bøger, delvis sammen med medforfattere, om brugen af begrebsmetaforer i hverdagssproget, Lakoff & Johnson: *Hverdagens metaforer* (1980), om begrebsmetaforer i alle former for begrebsdannelse i *Women, Fire, and Dangerous Things* (1987), om poetiske metaforer i Lakoff & Turner: *More Than Cool Reason* (1989), og om de filosofiske og erkendelsesteoretiske konsekvenser af denne fagteori i Lakoff & Johnson: *Philosophy in the Flesh* (1999).

Men det afgørende er at Lakoff sammen med matematikeren Antonio Núñez i *Where Mathematics Comes From* (2000) også har forsøgt at anvende begreber udviklet i den kognitive semantik til en analyse af matematikkens ideer. Det interessante i denne analyse set fra en undervisnings- og læringssynsvinkel er, at bogens analyser starter med menneskers hverdagslige forståelse af talforhold, mængder, rækkefølge o.l. og derefter redegør for, hvordan en lang række matematiske begreber og formalismer er blevet skabt på dette meget simple grundlag gennem kognitive mekanismer som projicering og blending. Der er på den måde også tale om en fremstilling af matematikkens historie.

Desuden har vi brugt begreber fra Turner og Fauconniers teori om blending, beskrevet i *The way we think* (2002), som handler om hvordan nye begreber og metaforer opstår gennem kombinationer af kendte begreber og metaforer. Det er den kognitive semantiks bud på, hvordan man kan forstå fænomener som kreativitet og innovation.

De didaktiske ideer i danskundervisningen bygger på Thomas Illum Hansens *Procesorienteret litteraturpædagogik* (2004) og Peter Kaspersens *Litteraturredidaktik på kognitivt grundlag* (2009). I matematik har vi trukket på det hollandske koncept 'realistisk matematik'. Det findes beskrevet på dansk i flere artikler, afhandlinger og bøger af eksempelvis Søren Antonius, tidl. fagkonsulent i matematik på hhx, Jens Dolin, leder af Institut for Naturfagernes Didaktik, Køben-

havns Universitet og Claus Michelsen, leder af Institut for Matematik og Data-
logi, Syddansk Universitet. Ideen i denne form for didaktik er at opstille model-
ler for, hvordan undervisningen på én gang kan udnytte erfaringspædagogik-
kens fordele, hvor elevernes motivation bygger på, at deres egne erfaringer bli-
ver inddraget, og samtidig sikre, at eleverne udvikler kompetencer i matemati-
sering på både vertikalt (indsigt i matematikkens begrebshierarki) og horison-
talt (anvendelse af matematik i hverdagslige og faglige sammenhænge) niveau.

Matematikfaglig indledning

Ved Bjørn Felsager

Eleverne havde allerede i Peter Kaspersens oplæg stiftet bekendtskab med de centrale begreber i den moderne kognitionsteori. Jeg skulle derfor dels stå for den mere matematiske perspektivering af de centrale begreber, dels lægge op til de kommende aktiviteter i matematiktimerne.

Jeg valgte at holde oplægget som en demonstration i TI-Nspire CAS, som er det samme matematikprogram, som klassen skulle bruge efterfølgende i projektet. Det giver dels mulighed for en meget levende, visuel og dynamisk præsentation af problemstillingerne, dels kunne det forhåbentligt virke som en inspiration for eleverne ved at vise hvor righoldigt et program det egentligt er, ikke bare til at løse matematikopgaver, men også til at illustrere centrale matematiske begreber og tankegange.

Som udgangspunkt illustrerede jeg først kort de centrale billedskemaer fra Peter Kaspersens oplæg, beholderstrukturen og bevægelsesstrukturen, fra et matematisk synspunkt. Det blev fulgt op af et eksempel på baby-matematik i tilknytning til det centrale spørgsmål: Hvorfra ved vi at babyer er født med en vis form for talsans – subitizing - der synes at være programmeret ind på forhånd i hjernens neutrale netværk. Derved var grunden lagt for den centrale påstand i moderne kognitionsteori om at vi dels lærer at tænke via nogle medfødte skemaer, dels udvikler en metaforisk tænkning på basis af først og fremmest kropslige oplevelser erhvervet fra den tidligste barndom.

Derefter tog jeg fat på hovedtemaet for mit indlæg: **Blending**. I metaforer benytter man sig af en afbildning fra et konkret erfaringsområde til et abstrakt erfaringsområde, der derved arver egenskaber fra det konkrete erfaringsområde, hvilket muliggør abstrakt tænkning. I blendingen blander man to erfaringsrum, og skaber derved et nyt blendet rum, hvor man kan forstå og håndtere problemstillinger, der ikke umiddelbart kan behandles indenfor de enkelte rum hver for sig. Sådanne blendinger indtager en helt central rolle i matematikkens historie med udviklingen af den analytiske geometri som et arketypisk eksempel. Igen var det vigtigt at benytte et konkret udgangspunkt og her tog jeg udgangspunkt i gåden om den buddhistiske munk, som jeg har lånt fra Fauconiers og Turnes 'The way we think', der er en af de klassiske tekster, når det drejer sig om matematik og kognition. Denne gåde giver ikke blot en fremragende introduktion til blendingsbegrebet, hvor eleverne virkelig får mulighed for en aha-oplevelse. Den er også et glimrende afsæt for at snakke om *matematiske repræsentationer*: Først repræsentationer af tiden og dernæst repræsentationer af bevægelsesstrukturer ved hjælp af grafer. Endelig fik jeg lejlighed til at illustrere matematiks særlige metode, idet de argumenter vi har mødt i gådens løsning kan generaliseres og løses fra det konkrete udgangspunkt: Efterhånden skrælles alle de konkrete lag af den oprindelige gåde af og man ender med en kompakt abstrakt problemstilling om kontinuerte grafer, hvor gådens løsning udkrystalliseres i en topologisk fikspunktssætning, der efterfølgende kan anvendes på mangfoldige andre situationer.

I de følgende timer fik eleverne nu selv lejlighed til at arbejde med matematiske repræsentationer af tiden og bevægelsesstrukturer og de særlige paradokser omkring uendelighed som blev fremsat af Zeno for over 2000 år, men som stadig er aktuelle.

DANSK

1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt

Projektet har afprøvet hvordan traditionelle og mere innovative danskfaglige aktiviteter kan indgå i et fuldt integreret fagligt samspil med matematik og religion. Målet har været at opnå følgende:

- Integration af sprog- og litteraturundervisningen. Det teoretiske grundlag stammer hovedsageligt fra den kognitive semantik, som er en lingvistisk teori der tager udgangspunkt i den opfattelse at de samme semantiske elementer findes i skønlitterære og ikke-skønlitterære tekster. Flere af teoriens centrale begreber, som fx metafor og metonymi, er udviklet i litteraturvidenskaben, men gives i teorien status af alment sproglige begreber. Disse begreber blev præsenteret og brugt af eleverne.
- Kontekstualisering af litteraturundervisningen. Skønlitteraturen opfattes i den kognitive semantik og poetik som en erkendelsesform der integrerer kognition, emotioner og udvikling af socialitet. Det giver mulighed for at se de litterære tekster i forskellige kontekster. Udgangspunktet er de kognitive skemaer som rummer vores erfaringer, og som aktiveres i skrive- og læseprocessen. Læren om disse skemaer er udviklet i kognitionspsykologien, og der er derfor tale om en forbindelse mellem skrivning, læsning og psykologi. En stor del af skemaerne er formet gennem interaktionen mellem individ og kultur, og dermed inddrages også kulturelle skemaer og modeller i arbejdet. Denne teori kom til at danne grundlag for den didaktiske udformning af undervisningen, både i valget af arbejds måder og tekster.
- Fornyelse af den historiske dimension. Det viste sig fx i at tekster fra kanoniske, danske forfatterskaber indgik sammen med mere ukendte tekster fra verdenslitteraturen. Der kan arbejdes meget mere med denne mulighed, idet man delvis kunne gennemgå litteraturhistorien ud fra synspunktet: Hvilken historisk distribution finder vi i de kulturelle skemaer, som teksterne aktualiserer? En del af samarbejdet med religion hvilede på en sådan ide, men den blev ikke fulgt konsekvent. Dels kræver den mere tid, dels udarbejdelsen af en ny form for litteraturhistorie.
- Integration af fag og fakulteter. De samme kognitive strukturer som aktiveres i skrive- og læseprocessen, aktiveres også i arbejdet med fx matematik. Også her sker der metaforiske projiceringer, metonymiseringer, blanding o.l. Denne teoretisk underbyggede integration lever for det første op til læreplanernes mest ambitiøse krav om fagligt samspil. For det andet giver den mulighed for at man også i danskundervisningen forholder sig til de nyeste resultater fra et ellers fjerntliggende område som hjerneforskning. Neuroæstetikken er en disciplin under kraftig udvikling.

- Inddragelse af IT. I matematikundervisningen blev TI-Nspire CAS brugt. Programmet blev bl.a. brugt til at visualisere logiske og narrative strukturer. Det var relativt let for eleverne at koble de narrative elementer i teksterne til dette programs faciliteter. En række af den kognitive semantiks begreber, som fx script, scenarie og prototype er oprindeligt udviklet til brug i udviklingen af AI. Den måde de aktualiseres på i litterære tekster, står i kontrast til den skematiske karakter teoretikerne Schank & Abelson oprindeligt havde forestillet sig de havde. Derved åbnedes der for sammenlignende analyser af abstrakt tænkning og litterær stil. Det sidste fænomen er helt gennemgående domineret af skemabrud. Der åbnedes herved også for beskæftigelse med kreativitet, fx ved at inddrage Turner og Fauconniers teori om blanding og integrerede begrebsnetværk.
- Udvikling af faglige kompetencer og almen studiekompetence, særligt metakognition. Selv om teorier og metoder var forholdsvis nye, er de udviklet i videnskabelige og didaktiske miljøer der i høj grad arbejder med kontinuitet i forhold til eksisterende faglig viden. Den kognitive poetiks analysebegreber er fx beslægtet med fænomenologiske begreber, som findes i det meste af den moderne litterære hermeneutik. Eleverne kunne derfor tage de nye begreber til sig i en delvis genkendelse af det de havde lært i folkeskolens dansktimer. Der var ikke tale om brud, men om en perspektivudvidelse. En perspektivudvidelse der går på tværs af fag og arbejdsmåder i de forskellige fag er formentlig en af de bedste og mest konkrete måder at udvikle metakognition på. En del af arbejdet kunne formentlig godt beskrives vha. Flavells metakognitionsteori om hvordan elever lærer at styre deres egen læreproces, men det kræver en inddragelse af de interview som er optaget med eleverne, og de er endnu ikke blevet transskriberet og analyseret.
- Realisering af 2005-reformens dannelsesbegreb. Emnet 'uendelighed' er et fagligt begreb i matematik og religion, men det er også et godt eksempel på en eksistentiel problemstilling som med stor fordel kan behandles i flere fag samtidig. Kombinationen af fundamental eksistentiel nysgerighed hos eleverne og elementære faglige begreber er nærmest et prototypisk eksempel på det som Wolfgang Klafki kalder 'kategorial dannelse'. Som man kan se i Uddannelsesredegørelse 2000 dannede Klafkis teori netop udgangspunkt for de overvejelser over et nyt alment, overfagligt dannelsesbegreb som skulle spille en rolle i reformen. En sådan form for dannelse har et forhold til det videnskabelige og dermed også det videnskabsteoretiske. Hertil kommer den interesse for verdensviden og encyklopædisk viden, som også ligger i kognitionsforskningen, der selv videnskabsteoretisk må placeres på en ikke helt afklaret plads mellem realisme og konstruktivisme. Så langt nåede vi imidlertid ikke i undervisningen, så man må nøjes med at konstatere at undervisningsforløbet havde kimen til en dannelsesudvikling i sig.

Pædagogiske overvejelser og indhold:

Det ene overordnede mål med undervisningen var at præsentere eleverne for noget viden. Det andet, og mere afgørende, var at de gennem faglige aktiviteter lærte at bruge denne viden, særligt i analyser og fortolkninger af litterære tek-

ster. Det sidste mål er didaktisk og langt sværere at nå end det første, og det kan kun delvis siges at vi nåede det. En del af arbejdet lignende ganske almindelig danskundervisning, med anvendelse af velkendte begreber og fremgangsmåder. Men de pædagogiske og didaktiske mål var følgende:

- At gennemføre tekstanalyser der følger en ganske bestemt proces som er begrundet i opdagelser i den kognitive lingvistik. Teorien og den praktiske udmøntning af den stammer fra Thomas Illum Hansens Procesorienteret litteraturpædagogik (2004), som formentlig i øjeblikket er den mest anvendte lærebog i litterær analyse på læreruddannelsen. Problemet ved at bruge denne model er at den er udformet til brug i folkeskolen, hvor man har masser af tid til at beskæftige sig med romaner. Vi forsøgte at presse processens faser ind i gymnasiets meget strengere lektionsmodel, og det lykkedes ikke altid. Ideen i faserne er at man tager udgangspunkt i elevernes erfaringer. Der er dermed tale om en teoretisk begrundet fornyelse af den læserorienterede pædagogik og didaktik. Fornyelsen ligger i en elimination af tendens til at snakke om løst og fast med udgangspunkt i teksterne.
- Udvikling af en abduktiv didaktik. Den beskrevne model balancerer m.a.o. et sted mellem en deduktiv didaktik, hvor eleverne hovedsageligt reproducerer viden, og en induktiv didaktik, hvor de selv producerer mening. Induktion, deduktion og abduktion er C.S. Peirces begreber for videnskabelige fremgangsmåder. Han pegede netop på at abduktion, dvs. kvalificerede gæt, i realiteten er den mest anvendte videnskabelige fremgangsmåde, bl.a. fordi den kan indbygge en vekslen mellem de to andre fremgangsmåder. Formerne er beskrevet i Peter Kaspersens Kognitiv litteraturredidaktik (2009). Denne målsætning blev ikke eksplicit realiseret.
- Udvikling af en kreativ aktivitetsdidaktik på fagligt og tværfagligt grundlag. Denne form for didaktik blev realiseret. Eleverne arbejdede en del af tiden med problemløsning og beslægtede praktiske opgaver. Det blev tydeligt da matematik overtog gennemgangen af en litterær tekst Calvinos Rummets form, fordi den bedst illustrerede teorien om parallelle linjer. Omvendt overtog dansk Borges' tekst Book of Sand, men sådan at både en dansk- og en matematiklærer medvirkede under gennemgangen. Teksten lægger op til kreative øvelser i semantik og komposition og illustrerer samtidig forholdet mellem tal og mening. Men det var gruppefremlæggelserne den sidste dag der bedst realiserede dette mål. Her præsenterede eleverne deres løsninger på selvvalgte problemstillinger der inddrog elementer fra alle tre fag vha. forskellige mundtlige og grafiske fremstillingsformer.

2. Forløbets danskfaglige mål og faglige indhold

Faglige mål og fagligt indhold

Faglige mål (Læreplan 2.1)

- anvende et tekstanalytisk begrebsapparat i en nuanceret og metodisk bevidst analyse, fortolkning, perspektivering og vurdering af litterære og ikke-litterære tekster, herunder kunne give en sproglig karakteristik
- dokumentere kendskab til en bred repræsentation af centrale danske litterære værker gennem tiderne med perspektiv til litteraturen i Norden, Europa og den øvrige verden
 - demonstrere viden om den danske litteraturs historie og samspil med kultur og samfund
 - aflæse og uddrage betydningen af trykte og elektroniske medietekster med blik for samspil mellem skrift og billeder
 - navigere i skærbaserede tekster samt kunne indsamle, sortere og anvende materiale i trykt og elektronisk form.

Der skal indgå metaforer om uendelighed. Desuden skal I klassificere de grundlæggende billedskemaer i metaforerne.

Kernestof (Læreplan 2.2) *Det litterære stofområde*

Gennem en række epokale nedslag i de sidste 1000 års litteratur læses et historisk bredt og genrebæssigt varieret udvalg af primært skønlitterære tekster.

I stofområdet indgår:

- tekster fra tiden før 1700, herunder saga, folkeeventyr, folkeviser og salme
- tekster fra 1700-tallet, herunder tekster fra oplysningstiden
- tekster fra 1800-tallet, herunder tekster fra romantik, romantisme og naturalisme
- tekster fra 1900-tallet, herunder realistiske og modernistiske tekster
- tekster fra 2000-tallet, herunder tekster fra de seneste fem år
- et forløb om verdenslitteratur og dennes samspil med dansk litteratur

arbejde med grundlæggende litteraturteoretiske begreber og metoder

- litteratur-, kultur- og bevidsthedshistoriske fremstillinger.

Supplerende stof (Læreplan 2.3)

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof skal perspektivere og uddybe kernestoffet og udvide elevernes faglige horisont. Undervisningen i det supplerende stof optager ca. 15 pct. af fagets uddannelsesetid.

3. Lektionsplan – dansk

1. Lektion: ”Kied af Verden, kier af himlen”

Eleverne havde fået udleveret et kompendium med 5 tekster, og i første lektion skulle vi arbejde med Thomas Kingos ”Kied af Verden, kier af himlen” fra 1681. Eleverne havde læst teksten hjemme og i **fase 1** fik de realkommentarer, gloser og baggrund om Kingo:

Om barokken, Kingo var præst og derefter digter, lavede bestillingsarbejder.

I **fase 2** fik de informationer og lavede en opstilling af en hypotese:

Eleverne skal efter en umiddelbar læsning lave 5 min. hurtigskrivning for at aktivere egne skemaer, fx billedskemaer, narrativer, fortolkninger

I **fase 3** handlede det om arbejdsforløb, produktion, gruppearbejde:

Hvilke billedskemaer, begrebsmetaforer har Kingo lagt ned i teksten? Fx den allegoriske metaforbrug? Hvilke små fortællinger er pakket ned i stroferne?

Og **fase 4**, Opsamling:

Tekstens forhold til uendelighed, fx Abrahams skød (rummetafor), et absolut uendeligt sted. Hvad er interessant ved dette digt? Fx at man skal bøde for syndefaldet. Hvordan bøder man – ved at give afkald (på alt forfængeligt, som er forgængeligt, fx vanitas-symboler). Hvorfor er det for nogle mennesker relevant at bøde?? Kender I nogle mennesker/religioner der praktiserer dette? Sammenhæng med matematik og religion: Abrahams skød er uendeligt, religion, se Lazarus-myten. Endelig fik eleverne udleveret en billedkopi af et typisk barok-maleri med mange vanitassymboler som parallel til det netop gennemgåede.

2. Lektion: ”Defolianterne findes” fra ”Alfabet”, Inger Christensen, 1981

Fase 1: Intro om Inger Christensen og systemdigtning. Begrebet intertekstualitet, fx Ved Højer sluse/Romeo og Julie osv. Desuden ”Det”s tilblivelse som baggrund.

Fase 2: Oplæsning ved to elever. Hvorfor læser de det forskelligt op? Inger Christensens digte er funderet på viden = hun er postmodernist, hun bruger naturvidenskab som grundlag.

Fase 3: Hvilke billedskemaer fandt I og hvad betyder de? Hvilke temaer går igen? Undersøg rum- og bevægelsesmetaforer, fx linje 22, hulemaleri eller linje 23, planter der dør = mennesker dør? Intertekstualitet linje 34, henvisning til Brorsons ”Op al den Ting”.

Fase 4: En omvendt skabelsesberetning. Hvilken synsvinkel optræder i digtet? Pludselig optræder et lyrisk jeg, hvad symboliserer det? Hvilken uendelighedsopfattelse opereres der med? Hvis det er absolut uendeligt, svarer det til at kødet bliver til ord jf. Skabelsesberetningen og jf. Lakoff og Johnson, som hævder at kroppen er udgangspunkt for tænkning og orddannelse. Kilde-vej-målmetaforik: via vej-metaforen er vi på vej retur, digtet dekonstruerer verden og sig selv, det er en omvendt skabelsesberetning. Skift ml. land/by, intet jeg/lyrisk jeg og uspolet natur/giftødelagt natur.

3. Lektion: "Kongens Fald": Johannes V. Jensen, 1900-1901

Fase 1: Info om romanen "Kongens fald" samt om Johannes V. og Chr. II

Fase 2: Eleverne skal mime scenen:

Fase 3: Bærende metaforer: At kaste en sten op, så falder den ned igen. Inputrum 1: Den mærkelige kongeskæbne. Inputrum 2: Danmarks historie og kongens skæbne.

Metonymier – Den der får, slår. Den der tvivler, får aldrig det han (be-)tvivler. Kilde-vej-mål-metaforen udfoldes i det uendelige dér hvor Chr. II sejler frem og tilbage. Konge: Går fra selvtillidsfuld person til knækket personage = Ikaros-myte, påtager sig Guds rolle vs. fx Kingo.

Fase 4: Kongen er en alt-eller-intet-mand, hans uendelighedsopfattelse, fatalisme (tilfældighed der afgør hvor han ender) som udløsende faktor = symbol på den brudte Danmarkshistorie.

4. Lektion: "Mary Poppins, revnen" ("Og så levede de lykkeligt...") P.L. Travers, 1943

Fase 1: 1967, børnelitteratur, forskel ml. guvernante/nanny/klasserforhold. Børneopdragelse i de øvre engelske klasser, magi + overgangsritualer, shaman-ritualer, forsøg på at billedliggøre kontakt med andet univers.

Fase 2: Filosofisk spørgsmål - hvad sker der mellem første og sidste slag nytårsaften? Se også matematik: Hilberts hotel og Jessens balsal.

Fase 3: Finde billedskemaer, masser af prototypisk blanding: man projicerer en menneskeverden (en emergent struktur) over på legetøj – man er i legetøjsverdenen - bagefter benægter Mary Poppins, men så finder børnene de våde sko (eller sukkerhestene etc.)

Fase 4: Læreproces: Hvad lærer hvem af denne proces?

5. Lektion: "Rummets form"/ Italo Calvino

Fase 1: Matematik/shape of space", 60'erne To tydelige inputrum

a) Fysisk Einsteinrum

b) Trekantsdrama – hvad er a og hvad er b? De emergente begreber: Kampen = et blend

Fase 2: Hvorfor opfører personerne sig sådan? Hvilket script ligger til grund for historien? Finde prototyper og scripts (især trekantsdramaet). Beskriv jeg'et. Hvad er modpolen til operette-officeren?

Fase 3: Skrift-rum "Verden er skrift", Borges, "Ur-skriften!"

Fase 4: Blends?? Hvilken uendelighedsopfattelse hersker?

Time med "Bogen af sand": Eleverne skulle på nettet identificere rækkefølgen af nogle sider.

4. Litteraturliste - dansk

Borges, Jorge Luis: "Bogen af sand" (novellesamling), oversat af Morten Søndergaard, Gyldendal, 1998. Webudgave: <http://artificeeternity.com/bookofsand/>

Calvino, Italo: "Rummets Form", fra Novellesamlingen Cosmicomics, 1965

Christensen, Inger: Alfabet, Gyldendal 1981

Jensen, Johs. V.: Kongens Fald, 1900-1901, Gyldendal m.fl.

Kingo, Thomas: Kied af Verden, kier af Himmlen, Aandelige Siunge-Koors, Anden Del, 1681

Travers, P. L.: Mary Poppins kigger ind, fra Mary Poppins opens the door org. 1943, på dansk fra Mary Poppins kigger ind , Branner og Korch 1967

Sekundær litteratur:

Hansen, Kasper Lezuik: Kort og godt om kognitive metaforer

Mose, Susan, Nyord, Peter og Ravn, Ole: Danske Forfatterskaber 1660-1870, Systime 2005

Tonnesen, Lars: At omgås tekster, Gyldendal Uddannelse 2000

Johnson, Mark og Lakoff, George: Metaphors we live by, 2000, på dansk "Hverdagens metaforer, Hans Reitzels Forlag 2002

RELIGION

1. Arbejdsformer, overvejelser & produkt

Forudsætningerne for at religion kunne deltage i dette forløb er lidt specielle, da religion jo normalt er placeret i 2. eller 3.g.

Vi havde på Midtsjællands Gymnasieskoler allerede nedsat en DASG-gruppe bestående af dansk, matematik og historie med henblik på et tværfagligt samarbejde omkring 1. x på Ringsted Gymnasium, men da vi fik øje på perspektiverne i begrebet uendelighed, var det oplagt at lade religion indgå. Dette kunne lade sig gøre, da skolens ledelse gav grønt lys for at udskifte historie med religion i projektperioden samt indlægge nogle få ekstra religionstimer. Denne kombination af fag gav en oplagt faglig sammenhæng, da begreberne uendelighed og evighed er centrale i religionsfaget.

Et væsentligt udgangspunkt for religionsfagets arbejde med kognition i dette forløb er begrebet magisk tænkning. Dette begreb er i religionsundervisningen ofte knyttet til skriftløse folks religion, men som påpeget af Jesper Sørensen (bl.a. i artiklen "Den magiske Illusion?" Tidsskriftet Antropologi 2000) kan begrebet magi genfindes i alle former for religiøs tænkning og sættes i sammenhæng med kognitive mønstre.

Projektet startede med en fælles introduktionsdag, hvor alle lærere samt Peter Kaspersen og Bjørn Feltsager var til stede. Religion havde derefter 3 perioder (90 minutter hver). Religion var planlagt med 4 perioder, men en enkelt måtte aflyses p.g.a. snestorm. Perioderne faldt i tydeligt adskilte dele:

- 1½ periode med præsentation og gennemgang af magi og magisk tænkning ud fra associationslovene. Dette var lærerstyret klasseundervisning med fokus på konkrete eksempler inden for myter og ritualer, der på en umiddelbar forståelig måde kunne knytte an til kognition.
- 1½ periode hvor eleverne arbejdede mere selvstændigt med religiøse tekster, der indeholder en beskrivelse af "den anden verden"; uendelighed/evighed.

Pædagogiske overvejelser og indhold:

Rent pædagogisk har de første overvejelser knyttet sig til introduktionen af et helt nyt fag i 1. g. Da eleverne først skal have religion i 2.g, har de endnu ikke mødt religion som videnskabeligt fag i gymnasiet, men forbinder faget med folkeskolens kristendom og evt. konfirmationsundervisning. De har endnu ikke lært at "tænke religionsk" som en 2. g'er formulerede det. Derfor var det nødvendigt at gøre det meget tydeligt for eleverne, hvorfor og hvordan religion skulle indgå i dette projekt. Det kunne gøres ved at knytte undervisningen meget tæt til indholdet i de andre fag, især dansk, så eleverne blev opmærksomme på, i hvor høj grad forestillinger om uendelighed og evighed indgår også i dansk-teksterne. Dette blev demonstreret i f.eks. gennemgangen af Kingo i dansk, som religion så kunne anvende som reference.

En særlig opmærksomhed fik overgangen til den anden verden både i tid og sted; her var sammenhængen med de andre fag også tydelig for eleverne, og desuden var det muligt at anskueliggøre forbindelse mellem magisk tænkning og kognitive processer. Elevernes aktive brug af det tilegnede blev demonstreret i fremlæggelsen, hvor tid og sted som indgang til "den anden verden" af en gruppe blev fundet i garderobeskabet i Narnia, af en anden på perron 9 ¾ i Harry Potter bøgerne.

Vi overvejede grundigt den faglige sammenhæng i hele forløbet, så det ville være tydeligt for eleverne, at de havde arbejdet med tre faglige tilgange til samme område, men som beskrevet ovenfor var det ikke et stort problem under selve projektet. Her må nævnes, at Bjørn Feltsager var til stede under hele forløbet og dermed var i stand til at binde de enkelte fagtimer sammen til et hele både for elever og faglærere samt fungere som ekstra lærer ved gruppearbejde.

Der blev valgt tre tekster til religion, som beskrevet i lektionsplanen, hvor det også kort beskrives, hvorfor de blev valgt. Disse tekster kunne være suppleret efter behov ved et større timetal. Andre religioner kunne være inddraget (og blev det i nogen grad i 1. periodes klasseundervisning, f.eks. nordisk mytologi, islam og shinto), men havde der været mere tid, ville det have oplagt at inddrage ritualer og ritualbeskrivelser i langt højere grad.

2. Forløbets religionsfaglige mål og faglige indhold

Faglige mål og fagligt indhold

Faglige mål (Læreplan 2.1)

Eleverne skal kunne:

- redegøre for grundlæggende sider ved kristendommen, herunder dens formative, historiske og nutidige skikkelser
- redegøre for væsentlige sider af yderligere to verdensreligioner, hvoraf den ene skal være islam
- redegøre for religiøse fænomener som myte, grundfortælling, kosmologi, eskatologi, ritual, åbenbaring, lære og etik
- anvende elementær religionsfaglig terminologi
- karakterisere, analysere og perspektivere tekster og andet dokumentarisk materiale
- fortolke og vurdere religiøse synspunkter og problemstillinger såvel ud fra en religiøs selvforståelse som ud fra sekulære, herunder religionskritiske, synsvinkler
- formulere sig om væsentlige problemstillinger vedr. forholdet mellem religion og moderne samfund i en global kontekst
- formulere sig om etiske problemstillinger.

Kernestof (Læreplan 2.2)

Kernestoffet er:

- kristendommen set i globalt perspektiv, navnlig i dens europæiske og danske fremtræden; i arbejdet indgår tekster fra Det Gamle og Det Nye Testamente, tekster fra nedslag i kristendommens historie samt nutidige tekster
- islam set i globalt perspektiv under inddragelse af dens europæiske og danske kontekst; i arbejdet indgår tekster fra Koranen samt nutidige tekster
- en verdensreligion (buddhisme, hinduisme eller jødedom)
- religionernes centrale fænomener og religionsfaglig terminologi og metode.

Supplerende stof (Læreplan 2.3)

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof i faget religion skal, bl.a. i samspillet med andre fag, både perspektivere kernestoffet og udvide den faglige horisont, så eleverne kan leve op til de i pkt. 2.1 angivne mål.

Der skal læses yderligere ét emne; dette kan være af etisk eller religionsfilosofisk art, et veldefineret religionsfagligt emne eller bestå af en religion efter eget valg

Kommentarer til faglige mål

Placeringen af projektet i 1.g gør at de faglige mål ikke har været det centrale i arbejdet med kognition under temaet uendelighed/evighed. Men kernestoffets sidste punkt er indgået i kraft af gennemgangen af en række centrale religiøse fænomener og ved anvendelse af en faglig terminologi. Endvidere er de faglige måls 3. streg behandlet for en del af punkterne, det drejer sig især om myte, ritual, kosmologi, eskatologi og åbenbaring. Ved en placering i 2.g vil projektet kunne dække kravet til yderligere et emne under supplerende stof og samtidig kunne honorere kravet om samspil med andre fag, f.eks. i en studieretning med matematik B eller A.

3. Lektionsplan – religion

1. Lektion

Præsentation og gennemgang af magi og magisk tænkning ud fra associationslovene. Eleverne fik udleveret et kompendium med en gennemgang af centrale begreber inden for religion (del lig helhed, lighed lig identitet, fortætning, ambivalens, kosmos-kaos). Undervisningen foregik som samtale mellem klasse og lærer, hvor eleverne fik lejlighed til at komme med egne eksempler, stille spørgsmål til religion i almindelighed, undre sig osv.

2. Lektion

Fortsat arbejde med centrale begreber: Myte, rite, kultfest og tidsbegreber. Derefter start på arbejde med tekster. Arbejdet med tekster foregik i mindre grupper ud fra spørgsmål og stikord fra lærer.

3. Lektion

Gennemgang af Augustin, Crazy Horse og shamanisme ud fra Michael Harners vejledning. De tre tekster repræsenterer henholdsvis kristendom (monoteistiske religioner), skriftløse folk og en sen-moderne opfattelse af uendelighed/den anden verden. Samtidig giver de meget forskellige bud på hvad uendelighed/den anden verden, hvor det er placeret (sted) og hvordan og hvornår man kommer der (tid, rejse).

4. Lektion

En lektion aflyst (snestorm).

4. Litteraturliste - religion

Augustins bekendelser, kap. 10. P. Haase & Søns Forlag, København 1952

Bertelsen, Jens Thodberg, m.fl. Religion – en grundbog i livsanskuelser, Gyldendal 1985. Afsnit om Naturfolk.

Black Elks beretning om Crazy Horse's besøg i åndernes verden. L. Resner og K. Vinten, Prærieindianernes religion, s. 49. Gyldendal

Harner, Michael, Shamanens vej. En guide til Kraft og Heling. Bogan 1995.

Lawson, E. T. & R. McCauley, Rethinking Religion: Connecting Cognition and Culture. Cambridge University Press 1990

Sørensen, Jesper, Den Magiske illusion? En kognitiv tilgang til magiske ritualer, Tidsskriftet Antropologi 41 (200)

Sørensen, Jesper, Guder, Ånder og Ritualer. Religion 3, 2008

MATEMATIK

1. Arbejdsformer, overvejelser og produkt

I matematikundervisningen og udarbejdede materialer benyttes ofte, bevidst eller ubevidt, metaforer og billedskemaer til at begrebsliggøre begreber og teori for at hjælpe eleverne til en forståelse af et nyt matematisk emne. I den forbindelse er matematiske repræsentationer som f.eks. tabeller, grafer, ligninger og geometriske konstruktioner vigtige.

Repræsentationskompetencen er en af de otte kompetencer der indgår i Mogens Niss' kompetenceblomst. Det har med forløbet været ambitionen at udvikle elevernes repræsentationskompetencer, idet der er fokus på at bevidstgøre for eleverne HVORFOR de skal udvikle denne kompetence. Konkret skal eleverne forstå HVORFOR de skal anvende:

1. Illustrationer som repræsentationer til at billedliggøre problemstillinger for at kommunikere og at forstå problemet
2. Matematiske repræsentationer til at formulere og forstå opgaven i et matematisk sprog som forudsætning for at løse opgaven
3. TI-Nspire CAS til at løse problemet med forskellige applikationer svarende til forskellige repræsentationer

TI-Nspire CAS giver mulighed for at træne elevernes repræsentationskompetence. TI-Nspire CAS er opbygget med en række interaktive applikationer:

- **Lister og Regneark:** Et regneværksted med tal og tekster. Applikationen er et regneark som Excel men kan også operere med lister
- **Data og Statistik:** Et tegneværksted med regressioner. I denne applikation frembringes bl.a. punktplot, diagrammer og regressioner
- **Grafregner:** Et regneværksted med tekster og beregninger
- **Geometri:** Et tegneværksted med plangeometri
- **Grafer:** Et tegneværksted for grafer og funktioner mm.
- **Noter:** Et regneværksted med tekster og matematikfelter til dokumentation

Det fællesfaglige emne 'Uendelighed' var valgt for at fange elevernes interesse. Klassen var i forhold til matematik færdighedsmæssigt inhomogen. Eleverne havde meget varierede matematiske forudsætninger og der var store forskelle i interessen for faget, idet klassen var sammensat af tre studieretninger med matematik på C, B og A niveau. Uendelighed er en underlig 'størrelse' og der knytter sig mange paradokser til uendelighed, som ville kunne motivere elever på alle niveauer.

Til projektet blev der udarbejdet et materiale: "Matematik og uendelighed". Materialet bestod af en række instruktive øvelser og opgaver, der knyttede sig til anvendelse af TI-Nspire CAS. Målet med øvelserne var at udvikle elevernes repræsentationskompetence. Ved hjælp af forskellige repræsentationer skulle eleverne opnå forståelse for og løse en række klassiske paradokser omkring uen-

delighed. Eleverne opnåede en forståelse, som ikke ville være mulig uden et IT-værktøj som TI-Nspire CAS.

Matematikdelen blev afsluttet med fremlæggelsen af gruppernes produkter. Det matematikfaglige krav til indholdet var: Projektet skal indeholde et paradoks om uendelighed, f.eks. en variation af pigen, drengen og hunden eller f.eks. Thomsons lampe.

Pædagogiske overvejelser og indhold:

Eksamensspørgsmål til mundtlig eksamen

Til studieretningen med matematik på C-niveau blev følgende eksamensspørgsmål konstrueret:

Kognition og uendelighed

Redegør for den lineære sammenhæng $y = a \cdot x + b$

Redegør for uendelighedsbegrebet med udgangspunkt i et af eksemplerne på lineær vækst og uendelighed fra materialet "MATEMATIK OG UENDELIGHED", f.eks. "Achilleus og Skildpadden", "Den Forvirrede Flue" eller "Drengen, Pige og Hunden"

Det tre eksempler varierer i kompleksitet hvilket giver god mulighed for at differentiere.

I læreplanen står der at eleven til mundtlig eksamen på MAT C-niveau vil blive vurderet på de følgende kriterier:

Bedømmelsen er en vurdering af, i hvilket omfang eksaminandens præstation lever op til de faglige mål, som er angivet i pkt. 2.1.

I denne vurdering lægges der vægt på, om eksaminanden:

- 1) *har grundlæggende matematiske færdigheder, herunder:*
 - kan håndtere et simpelt matematisk symbolsprog og simple matematiske begreber
 - har kendskab til matematiske metoder og kan anvende dem korrekt
 - er i stand til at bruge it-værktøjer hensigtsmæssigt
- 2) *kan anvende matematik på foreliggende problemer, herunder:*
 - kan vælge hensigtsmæssige metoder til løsning af forelagte problemer
 - kan præsentere et matematisk emne eller en fremgangsmåde ved løsning af et matematisk problem på en klar og overskuelig måde
- 3) *har overblik over og viden om matematik, herunder:*
 - har viden om et område, hvor matematik anvendes i samspil med andre fag
 - kan gennemføre matematiske ræsonnementer
 - kan reflektere over og diskutere rækkevidde af foreliggende matematiske modeller.

Det er vores opfattelse at alle de ovennævnte kriterier vil kunne komme i spil.

For de elever hvor matematik indgår på hhv. B og A niveau i studieretning vil det ovennævnte spørgsmål være for snævert til den afsluttende eksamen. Enten kan forløbet indgå som en perspektivering af et mere omfattende spørgsmål om f.eks. bevistyper i matematik, eller også kan forløbet udvides så det hæves til A-niveau.

2. Forløbets matematikfaglige mål og faglige indhold

Faglige mål og fagligt indhold

Faglige mål (læreplan MAT C 2.1)

Eleverne skal kunne:

- håndtere simple formler, herunder oversætte mellem symbolholdigt og naturligt sprog og kunne anvende symbolholdigt sprog til at løse simple problemer med matematisk indhold
- gennemføre simple matematiske ræsonnementer
- demonstrere viden om matematikanvendelse samt eksempler på matematikkens samspil med den øvrige videnskabelige og kulturhistoriske udvikling
- anvende it-værktøjer til løsning af givne matematiske problemer.

Supplerende stof (læreplan MAT C 2.3)

Eleverne vil ikke kunne opfylde de faglige mål alene ved hjælp af kernestoffet. Det supplerende stof i faget matematik, herunder samspillet med andre fag, skal perspektivere og uddybe kernestoffet, udvide den faglige horisont og give plads til lokale ønsker og hensyn på den enkelte skole. For at eleverne kan leve op til alle de faglige mål, skal det supplerende stof, der udfylder ca. 1/3 af undervisningen, bl.a. omfatte:

- ræsonnement og bevisførelse inden for udvalgte emner
- matematik-historiske forløb.

Tilrettelæggelse

Arbejdsformer (Læreplan MAT C 3.2)

En betydelig del af undervisningen inden for kernestoffet og det supplerende stof tilrettelægges som projekt- eller emneforløb. For hvert større forløb formuleres faglige mål, der tages stilling til arbejdsprocessen, og eleverne udarbejder et skriftligt produkt, som kan dokumentere de faglige resultater.

En del af undervisningen tilrettelægges som gruppearbejde med henblik på at udvikle elevernes matematiske begreber gennem deres indbyrdes faglige diskussion.

I undervisningen inddrages opgaveløsning til støtte for tilegnelsen af begreber, metoder og kompetencer.

IT (Læreplan MAT C 3.3)

Undervisningen tilrettelægges, så lommeregner og it indgår som væsentlige hjælpemidler i elevernes arbejde med begrebstilegnelse og problemløsning. ... Endvidere udnyttes it i den eksperimentelle tilgang til emner og problemløsning.

Samspil med andre fag (Læreplan MAT C 3.4)

Der skal tilrettelægges undervisningsforløb med det hovedsigte at udvikle elevernes kendskab til matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Dette skal ske gennem et samarbejde med andre fagområder eller ved at inddrage elevernes kendskab til disse fagområder.

Evaluerings

Løbende evaluering (Læreplan MAT C 4.1)

Efter hvert større projekt- eller emneforløb gennemfører lærer og elever en evaluering af undervisning, arbejdsformer og fremskridt på vej mod opfyldelsen af de faglige mål.

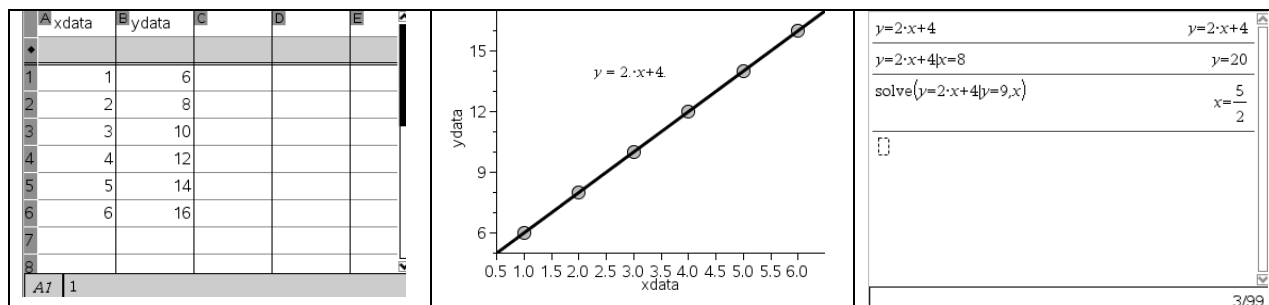
Prøveformer (Læreplan MAT C 4.2)

Prøveform c) En mundtlig prøve med inddragelse af gennemførte projektførløb. Spørgsmålene til den mundtlige prøve skal offentliggøres i god tid inden prøven og skal tilsammen dække de faglige mål og det faglige indhold. En betydelig del af eksamensspørgsmålene skal være udformet således, at det er muligt at inddrage gennemførte emne- og projektførløb med tilhørende elevrapporter. Spørgsmålene og en fortegnelse over rapporter og undervisningsforløb sendes til censor, og censor godkender spørgsmålene forud for prøvens afholdelse.

3. Lektionsplan – matematik

Til forløbet blev der udarbejdet et materiale med en række øvelser og opgaver. I matematik anvendes forskellige repræsentationsformer til kognitivt at begribe uendeligheder som det ubegribelige. I materialet skulle eleverne gennem de forskellige repræsentationsformer opleve at forstå dybden i en række uendeligheds paradokser.

I forløbet var der især fokus på repræsentationerne: Tabeller (numerisk repræsentation), grafer (geometrisk repræsentation) og formler (symbolsk repræsentation) som kognitive ”hjælpeværktøjer”:



Som løbende opsamling på øvelserne blev eleverne bedt om at forholde sig til hvilke matematiske repræsentationer de havde anvendt i de enkelte øvelser (tal, symboler, variable, ligninger, formler, geometri, grafer, diagrammer, koordinat og tabeller) og hvilke programrelaterede værktøjer de havde anvendt (TI-Nspire: Lister og Regneark, Graf og Geometri, Grafregner, Data og Statistik og Noter).

1. Lektion

Lektionen startede med en opsamling på gåden om den buddhistiske munk fra introduktionen:

Ved solopgang den første dag begyndte munken opstigningen på bjerget. Da solen gik ned den første dag, var han endelig nået helt til toppen.

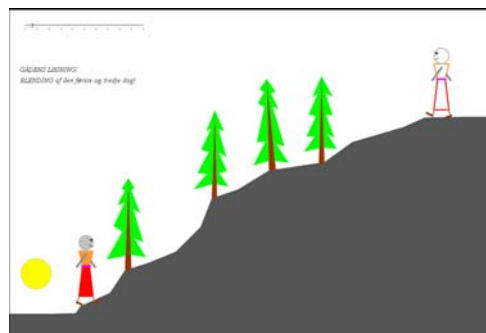
Ved solopgang den anden dag begyndte munken at meditere oppe på bjerget. Da solen gik ned den anden dag, var han endeligt færdig med at meditere og lagde sig til at sove.

Ved solopgangen den tredje dag begyndte munken nedstigningen fra bjerget. Da solen gik ned den tredje dag, var han endeligt nået tilbage ned til dalen.

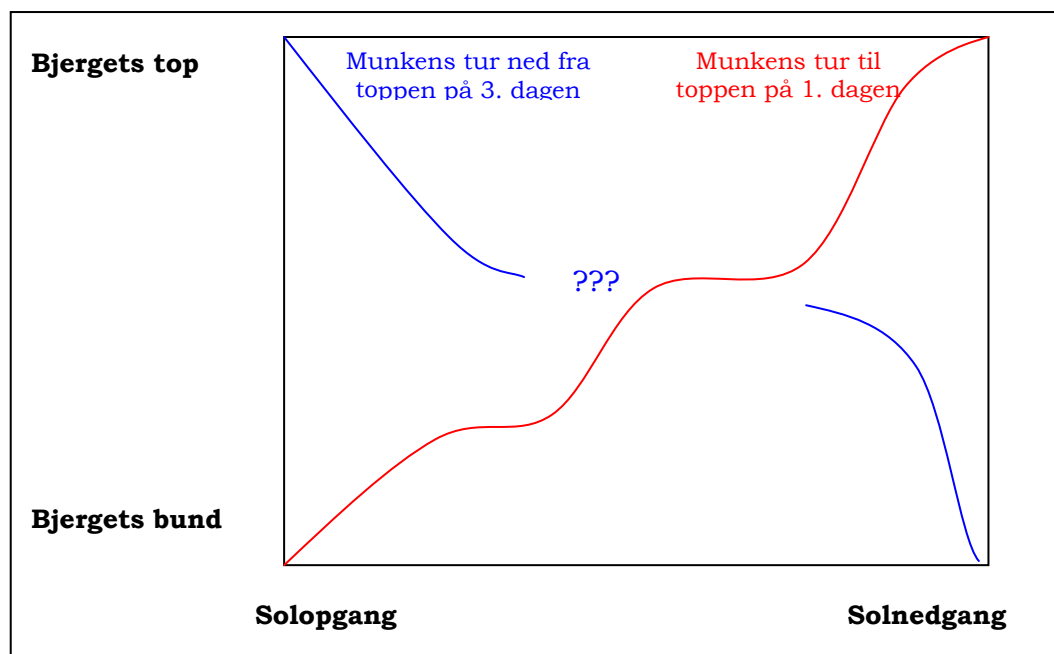
Gåde: Findes der et tidspunkt på dagen, hvor munken var præcis samme sted da han gik op, som da han gik ned?

Under gennemgangen blev der redegjort for 'uret' som repræsentation for tid. Uret har en rund skive og tiden er cyklisk – dette som analogi til solen.

Gåden løses ved et 'blend': En geometrisk konstrueret animation viser munkens tur op af bjerget på dag 1 og munkens tur ned af bjerget på dag 3 – samtidigt:



Løsningen kan også illustreres ved hjælp af et topologisk skema som grundlæggende er en 'Container metafor':



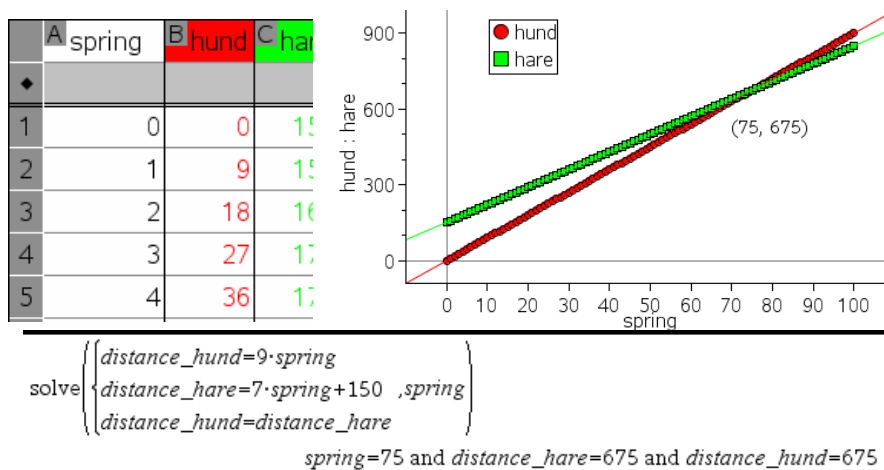
Skemaet er et rektangel, hvor tiden er afsat langs bunden (fra solopgang til solnedgang) og distancen er afsat langs siden (fra bjergets bund til toppen). Munkens tur første dag er illustreret med en kontinuert kurve, idet han starter ved solopgang ved bjergets bund og slutter ved toppen ved solnedgang. Denne kurve er tegnet med rød og det ses at han har holdt to korte pauser. På tredjedagen begynder munken sin nedstigning ved solnedgang og befinder sig ved bjergets bund ved solnedgang. Uanset kurvens forløb for nedstigningen, der er tegnet med blå, må den skære kurven for munkens tur op af bjerget på 1. dagen da begge kurver er kontinuerte. Altså er svaret på gåden **JA**. Kurverne kan også beskrives som *Kilde-vej-mål skemaer* idet man "går" langs en kontinuert kurve der har en begyndelse, en vej og en slutning.

I anden del af lektionen arbejde eleverne med det udleverede materiale: Matematik og uendelighed. Eleverne skulle læse og genskabe de i materialet viste resultater i øvelsen om **Haren og Hunden**:

En mark er 150 fod lang. I den ene ende står en hund og i den anden en hare. Hunden jagter haren i det øjeblik haren løber. Hunden springer 9 fod/spring og haren springer 7 fod/spring. Hvornår indhenter hunden haren?

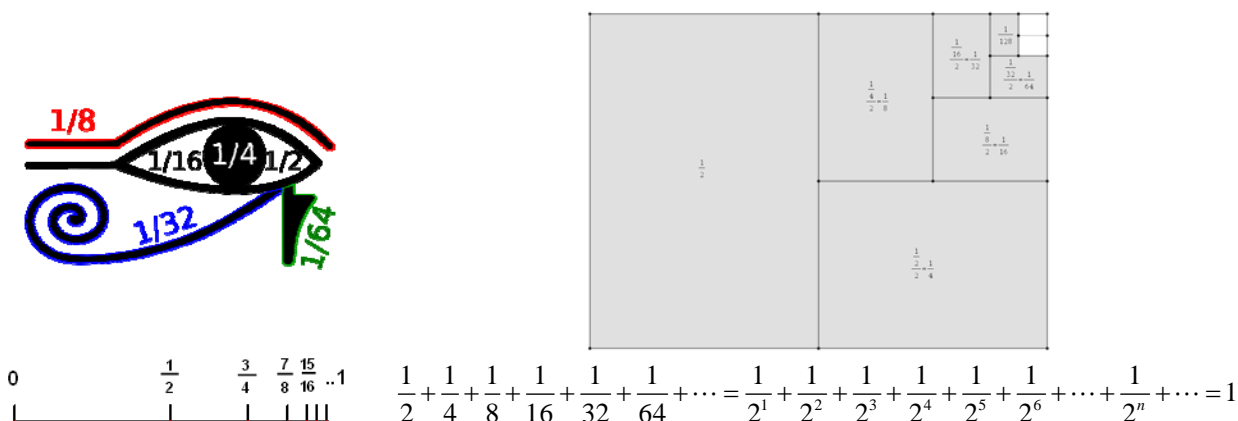
Opgaven kan løses uden inddragelse af tid (et spring svarer til en tidsenhed). Altså svarer tid til bevægelse gennem rum, idet det antages at haren og hunden springer med samme frekvens. Opgaven kan løses ved hjælp af tabeller ved udregning. Grafisk løses opgaven som skæring mellem to rette linjer. Algebraisk bestemmes løsningen ved løsning af to ligninger med to ubekendte.

Med forskellige applikationer i TI-Nspire CAS løses opgaven altså ved hjælp af forskellige repræsentationer: Tabeller (lister), Grafer og Symbolsk:

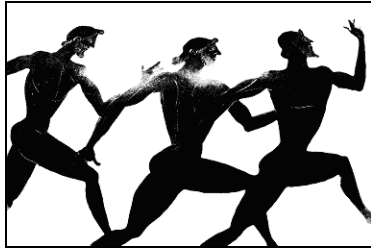


2. Lektion

Efter en kort opsamling på første lektion arbejdede eleverne med materialet: Matematik og Uendelighed. Her mødte eleverne for første gang uendelighed gennem Horus øje. Ved hjælp af en geometrisk repræsentation og Jørgen Cle-vinsk klippe-klistre øvelse opnåede eleverne forståelse for, at man godt kan lægge uendelig mange led sammen og få en endelig sum:



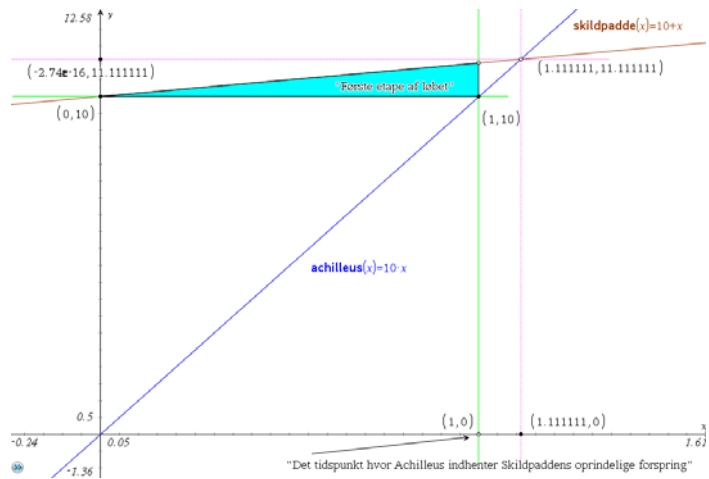
Zenos paradoks om "Achilleus og skildpadden": Her skal eleverne opleve kompleksiteten af Zenos paradoks om Archilleus og Skildpadden. Inddrages TID som repræsentation under en "matematisering" af problemet løses paradokset let både symbolsk og grafisk. F.eks. løser eleverne tilfældet hvor Archilleus løber 10 gange så hurtigt som Skildpadden. Dermed får eleverne styr på deres fortvivlelse over paradokset. Grafisk illustreres og oplever eleverne at Achilleus skal indhente Skildpaddens som en potentiel uendelig proces, idet eleverne med dette perspektiv indser at Achilleus aldrig vil indhente Skildpadden. Men selvom man lægger uendelig mange led sammen, kan summen godt være et tal:



$$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots = 1 + \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^3 + \dots$$

$$1 + 0.1 + 0.01 + 0.001 + \dots = 1.1111\dots = \frac{10}{9}$$

$$10 + x = 10 \cdot x \rightarrow 10 = 9 \cdot x \rightarrow \frac{10}{9} = x$$



Endelig har vi ingen problemer med at forestille os væddeløbet afsluttet. Men øjeblikket hvor Achilles overhaler skildpadden er afslutningen på en uendelig proces. Hvis begivenheden findes, hvad er så gået forud? – en uendelig proces!

Som lektie til 3. lektion skulle eleverne løse opgaven om Den forvirrede flue. Dermed skulle eleverne vise, at de kunne løse et uendelighedsparadoks ved hjælp af forskellige repræsentationer.

3. Lektion

Som opsamling på de to første lektioner blev eleverne bedt om at redegøre for hvilke repræsentationer de havde anvendt til at løse øvelser og opgaver. I den forbindelse havde eleverne mulighed for at fremvise deres løsning til opgaven om den forvirrede flue.

Indholdet af dagens arbejde med materialet knyttede sig til to eksempler på "sprækker":

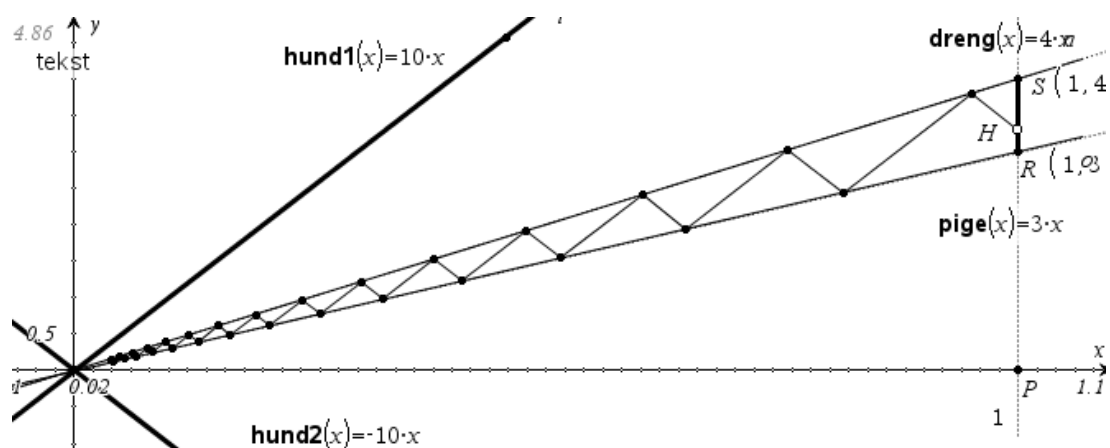
Øvelsen om **Drengen, pigen og hunden** stammer fra en opgave fra USA fra 1971:

En dreng, en pige og en hund er ude at spadserer langs en landevej; Turen starter i et fælles udgangspunkt. Drengen går med fire kilometer i timen, pigen med tre kilometer i timen. Hunden løber frem og tilbage mellem drengen og pigen med 10 kilometer i timen.

Spørgsmålet er hvor hunden befinder sig, når der er gået en time, og hvem er hunden på vej hen imod på dette tidspunkt?

Det er relativt let at opskrive to funktioner for drengens og pigens tilbagelagte distance langs landevejen: **dreng(x) = 4 · x** og **pige(x) = 3 · x** idet den uafhængige variabel x er tid i timer. Efter en time må drengen have tilbagelagt 4 km og pigen 3 km. Altså er afstanden mellem drengen og pigen 1 km. Altså har vi godt styr på drengen og pigen. Det viser sig at hunden kan befinde sig et vilkårligt sted mellem drengen og pigen. For at komme frem til denne noget overraskende opdagelse anvendes grafer som repræsentationer for deres tilbagelagte distancer.

Ved at ”regne” baglæns lavede eleverne en geometrisk/grafisk konstruktion af hundens løb mellem drengen og pigen:

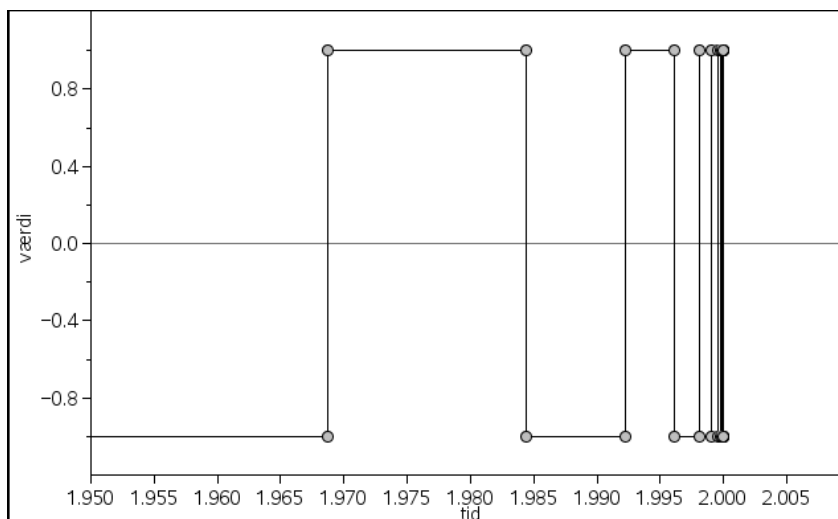


Punktet H er udtryk for hundens position mellem drengen og pigen efter en time. Da konstruktionen er dynamisk indser eleverne at hunden kan befinde sig et vilkårligt sted mellem drengen og pigen. Det er altså ikke muligt at sige hvor hunden er efter en time. *Hunden kommer fra en sprække.*

Den anden øvelse eleverne skulle arbejde med, var gåden om Thomsons lampe, der er en variation af Zenos paradokser:

En lampe tændes og slukkes ved at trykke på kontakt efter 1 minut, $\frac{1}{2}$ minut, $\frac{1}{4}$ minut... Efter 2 minutter er den uendelige proces afsluttet! Men er lampen tændt eller slukket.

I denne øvelse er starten veldefineret (i modsætning til øvelsen om drengen, pigen og hunden) men slutningen er vilkårlig. Ved hjælp af tabel og diagram som repræsentation indser eleverne dette paradoks:



Endelig redegøres der algebraisk for at det det ikke er muligt at sige noget om lampens status efter 2 minutter ved hjælp af Grandis uendelige sum. Så lampen er hverken tændt eller slukket og dette uanset om lampen var tændt eller slukket fra starten!

4. Lektion

Ved Bjørn som fungerede som gæstelærer

Som afslutningen på første fase af uendelighedsprojektet læste klassen Borges novelle 'Bogen af Sand' i en hypertextstudgave. Novellen giver en meget levende skildring af hvordan det opleves pludselig at få tilbudt et uendeligt objekt, i dette tilfælde en bog med uendeligt mange sider. Den uendelige bog bliver en besættelse for hovedpersonen og novellen slutter med at han må skaffe sig af med den igen, men uden at give 'aben' videre: Så hvordan slipper man af med et uendeligt objekt uden at volde skade på andre?

I opsamlingen af 'Bogen af sand' diskuterede jeg en matematisk repræsentation af den uendelige bog, hvor siderne er struktureret på samme måde som de rationelle tal mellem 0 og 1, hvor 0 og 1 fungerer som bogens omslag. I en sådan bog er der ikke nogen første side og heller ikke nogen sidste side (helt i overensstemmelse med beskrivelsen i novellen). Ydermere vil der mellem to vilkårlige sider i bogen være et uendeligt antal sider (hvilket der strengt ikke er belæg for i novellen). Vi diskuterede også med klassen hvorfor siderne i bogen ikke kan være lige tykke, ligesom de ikke kan veje det samme osv.

I den egentlige opsamling af den første fase af uendelighedsprojektet trak jeg først kort baggrunden op for kognitionsteorien: De ubevidste processer i hjernen, som strukturerer vores oplevelse og forståelse af verden. Derefter diskuterede jeg forskellige aspekter af uendelighed, for dels at få samling på de erfaringer, klassen allerede havde med uendeligheder, dels for at forberede dem på næste fase, hvor specielt uendeligheder i geometri ville spille en stor rolle, og endelig for at forberede dem på det afsluttende projekt, hvor de blandt andet ville få stillet nogle forslag til en række tekster om uendelighed, som de eventuelt kunne bruge som udgangspunkt for deres projekt.

Først og fremmest tog jeg hul på *afsluttede* og *uafsluttede* processer (når man hopper er der tale om en afsluttet proces, hvor man lander igen, men når man går eller trækker vejret kan processen i princippet fortsætte ubegrænset). Sådanne uafsluttede processer kan opdeles i en gentagen (iterativ) rækkefølge af delprocesser (når man går, gentager man skridtene igen og igen, når man trækker vejret, ånder man ud og ind igen og igen). Det blev ført videre til en diskussion af almindelige handlinger og *superhandling*, hvor en almindelig handling består af et endeligt antal processer udført i en endelig tid, mens en superhandling består i et uendeligt antal processer udført i en endelig tid. Mange af de aktiviteter, der lå i matematiks første fase af projektet handlede netop om superhandling. Endelig indførte jeg *den grundlæggende metafor for det uendelige*, hvor en uafsluttet handling afsluttes metaforisk, hvorved en potentiel uendelighed omdannes til en aktuel uendelighed: Som eksempler brugte jeg en *fraktal* (kløverøen), *de naturlige tal* som en samlet talmængde og *det uendeligt fjerne punkt for to parallelle linjer*. I alle tre tilfælde blev den aktuelle uendelighed genereret via en gentagen skridtvis opbygning af det objekt, der i den yderste grænse blev metaforisk tillagt en eksistens som en aktuel uendelighed.

Eksemplet med det uendeligt fjerne punkt satte virkeligt brand i klassen: 'Det var bare for meget' – 'Nu måtte vi styre os' – 'Selvfølgelig kan to parallelle linjer

ikke have et punkt fælles' osv. Det blev en utrolig frugtbar, men uafsluttet(!) diskussion, som dels levede videre i den efterfølgende analyse af novellen 'Rummets form', dels dukkede op igen i nogle af præsentationerne af elevprojekterne: Det var tydeligt at klassen efter den første fase af projektet havde vænnet sig til at operere med *superhandlinger*, men de var endnu ikke helt klar til at håndtere *aktuelle uendeligheder*!

4. Litteraturliste - matematik

Borges, Jorge Luis: "Bogen af sand" (novellesamling), oversat af Morten Søndergaard, Gyldendal, 1998. Webudgave: <http://artificeeternity.com/bookofsand/>

Christensen, Inger: "Alfabetet"

Calvino, Italo: "The form of space", Translated by William Weaver

Supplerende litteratur:

Jorge Luis Borges: "Biblioteket i Babel" fra "Fiktioner", Rhodos, 1969 - © Jorge Luis Borges, 1941: Oversat af Eva Dam Jensen

Kapitel 2 i anden afdeling af romanen: 'Gud og vær mand' af John Updike - © 1986, Roger's Version, oversat af Jan Bredsdorff for forlaget Centrum

Svend Åge Madsen: " DATALOGEN TOMAS EMIL FANTS FORTÆLLING OM SKÆBENEN". Stammer fra antologien: For længe siden – lige før 1980-1990, Dansklærerforeningen