

# 利用 TI 图形计算器探究 2011 年广东高考理科数学试题

广州市萝岗区科学城水西路广州二中数学科 (510530) 邓军民 (Email: gzdjm@qq.com)

2011 年的广东高考数学试题充分贯彻了《考试大纲》和《考试说明》的基本精神, 立足现行高中数学教材, 注重基础知识考查, 突出能力立意, 虽然相比 2010 年广东试题在难度上有所提高, 但试题难度仍然比较适中. 试题没有大起大落, 有利于高校选拔人才, 有利于高中数学教学, 稳中有新, 稳中有进. 笔者利用 TI 图形计算器 (机型: TI-Nspire™ CX CAS 中文彩屏机), 探究一下 2011 年广东高考理科数学试题, 以进一步挖掘今年考题的价值.

## 一、方程或不等式的求解

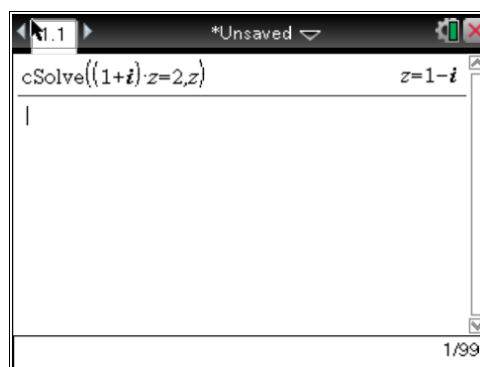
**例 1.** (2011 年广东理数第 1 题) 设复数  $z$  满足  $(1+i)z = 2$ , 其中  $i$  为虚数单位, 则  $z =$   
A.  $1+i$                       B.  $1-i$                       C.  $2+2i$                       D.  $2-2i$

解: 按如下步骤操作:

S1 按  $\text{ctrl}$   $\text{doc}$   $\text{1}$  添加一个计算页面;

S2 按  $\text{menu}$   $\text{3}$   $\text{C}$   $\text{1}$ , 在复数范围内解方程, 求解  $z$ .

运算结果如右图. 所以此题答案为 B.



**点评:** 复数代数形式的四则运算, 一直是广东高考数学的一个

重要的基础知识点, 同时, 考生还要了解复数代数形式的加、减运算的几何意义, 这也是广东高考数学的一个重要考点.

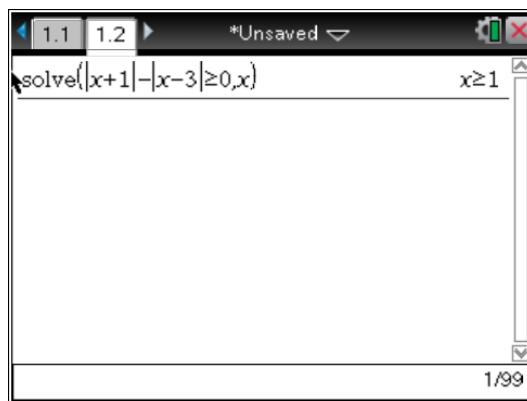
**例 2.** (2011 年广东理数第 9 题) 不等式  $|x+1| - |x-3| \geq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

解: 按如下步骤操作:

S1 按  $\text{ctrl}$   $\text{doc}$   $\text{1}$  添加一个计算页面;

S2 按  $\text{menu}$   $\text{3}$   $\text{1}$ , 求解不等式.

运算结果如右图. 所以此题答案为  $[1, +\infty)$ .



**点评:** 绝对值不等式作为指定考试内容, 近几年一直为广东高考理科数学命题组的青睐, 这类问题的解决重在代数问题几何化或者利用分类讨论的数学思想去解决问题.

## 二、集合的运算

**例 3.** (2011 年广东理数第 2 题) 已知集合  $A = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | x, y \text{ 为实数, 且 } y = x\}$ , 则  $A \cap B$  的元素个数为

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

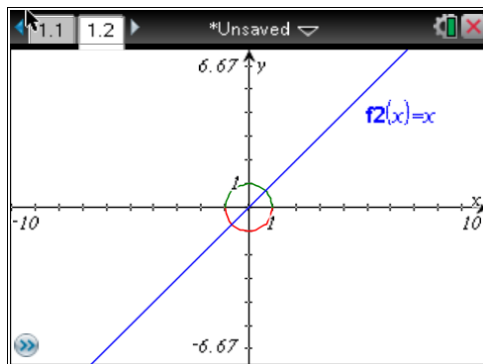
解：按如下步骤操作：

S1 按  $\text{ctrl} + \text{doc} + \text{2}$  添加一个图形页面；

S2 直接输入  $f_1(x) = \text{zeros}(x^2 + y^2 - 1, y)$  作图  $x^2 + y^2 = 1$ ，

或按  $\text{menu} + \text{3} + \text{2}$ ，用圆的参数方程形式作图  $x^2 + y^2 = 1$ ，

S3 按  $\text{tab}$ ，再直接输入  $f_2(x) = x$ 。



显示结果如右图。所以此题答案为 C。

**点评：**理解两个集合的并集与交集的含义，会求两个简单集合的并集与交集，这是高考所要求的，在求解的过程当中，要注意分析集合的元素是什么，譬如此题，集合的元素是点，最后问题转化为求两个图像的交点。同时此题也渗透了数形结合的数学思想方法。

### 三、线性规划求最值

**例 4.** (2011 年广东理数第 5 题) 已知平面直角坐标系  $xOy$  上的区域  $D$  由不等式组  $\begin{cases} 0 \leq x \leq \sqrt{2} \\ y \leq 2 \\ x \leq \sqrt{2}y \end{cases}$  给

定。若  $M(x, y)$  为  $D$  上的动点，点  $A$  的坐标为  $(\sqrt{2}, 1)$ ，则  $z = \overline{OM} \cdot \overline{OA}$  的最大值为

- A.  $4\sqrt{2}$                       B.  $3\sqrt{2}$                       C. 4                                  D. 3

解：按如下步骤操作：

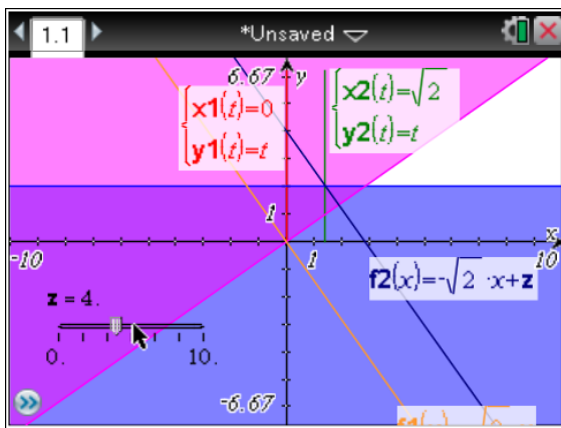
S1 按  $\text{ctrl} + \text{doc} + \text{2}$  添加一个图形页面，

利用  $\text{menu} + \text{3} + \text{2}$  输入不等式，作出可行域；

S2 作出直线  $y = -\sqrt{2}x$ ；

S3 按  $\text{menu} + \text{1} + \text{A}$  插入游标  $z$ ，设定默认范围为 0 ~ 10；

S4 做出目标函数直线  $y = -\sqrt{2}x + z$ ；



S5 拖动游标  $z$ ，观察最优解，测量最优解的坐标，并代入目标函数求最大值。

显示结果如右图。所以此题答案为 C。

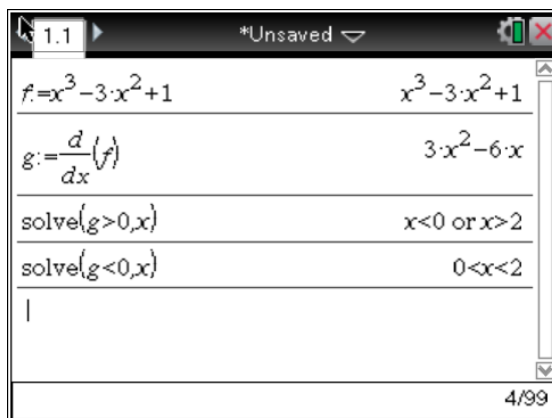
**点评：**了解二元一次不等式的几何意义，能用平面区域表示二元一次不等式组，会从实际情境中抽象出一些简单的二元线性规划问题，并能加以解决。这是高考对线性规划的要求。这种问题同时也体现了数形结合数学思想的重要性。近几年广东高考在这个知识点考察的力度比较大，但是题目难度都不大，掌握好基础知识即可解决此类问题。

#### 四、求函数的单调区间和极值

例 5. (2011 年广东理数第 12 题) 函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  在  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  处取得极小值.

解: 按如下步骤操作:

- S1 按 **ctrl** **doc** **1** 添加一个计算页面;
- S2 输入函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ ;
- S3 利用 **⌘** 键对函数求导;
- S4 按 **menu** **3** **1** 求解  $f'(x) > 0$  及  $f'(x) < 0$ ;
- S5 按照极小值的定义判断结论.



显示结果如右图. 所以此题答案为 2.

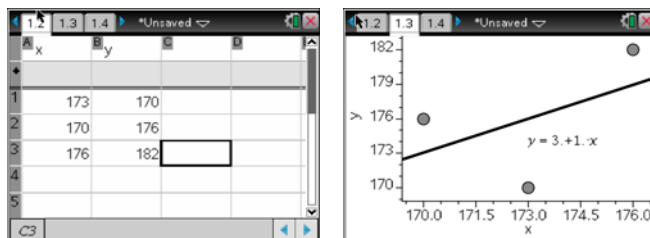
**点评:** 了解函数在某点取得极值的必要条件和充分条件; 会用导数求函数的极大值、极小值 (其中多项式函数一般不超过三次); 会求闭区间上函数的最大值、最小值 (其中多项式函数一般不超过三次). 这是广东高考的一个重要考点, 对于这种基础题, 掌握好极值的定义显得尤为重要.

#### 五、回归分析

例 6. (2011 年广东理数第 13 题) 某数学老师身高 176cm, 他爷爷、父亲和儿子的身高分别是 173cm、170cm 和 182cm. 因儿子的身高与父亲的身高有关, 该老师用线性回归分析的方法预测他孙子的身高为      cm.

解: 按如下步骤操作:

- S1 按 **ctrl** **doc** **4** 添加一个电子表格页面;
- S2 按照题意, 输入数据及每列的变量名  $x, y$ ;
- S3 按 **ctrl** **doc** **5** 添加一个数据统计页,  
设置好纵横轴所关联的变量, 得到散点图;
- S4 按 **menu** **4** **6** **2** 显示回归直线;
- S5 按 **ctrl** **doc** **1** 添加一个计算页面,  
再按 **menu** **6** **2** **enter**, 直接查看统计结果.



Field	Value
"Title"	"Linear Regression (a+bx)"
"RegEqn"	"a+b*x"
"a"	3.
"b"	1.
"r <sup>2</sup> "	0.25
"r"	0.5
"Resid"	"{...}"

显示结果如右图. 所以此题答案为 185.

**点评:** 会作两个有关联变量的数据的散点图, 会利用散点图认识变量间的相关关系. 了解最小二乘法的思想, 能根据给出的线性回归方程系数公式建立线性回归方程. 这个知识点从 2007 年开始, 一直是广东高考数学的重点和热点.

## 六、解析几何

**例 7.** (2011 年广东理数第 19 题) 设圆  $C$  与两圆  $(x+\sqrt{5})^2 + y^2 = 4$ ,  $(x-\sqrt{5})^2 + y^2 = 4$  中的一个内切, 另一个外切.

(1) 求  $C$  的圆心轨迹  $L$  的方程;

(2) 已知点  $M(\frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{4\sqrt{5}}{5})$ ,  $F(\sqrt{5}, 0)$ , 且  $P$  为  $L$  上的动点, 求  $\|MP\| - \|FP\|$  的最大值及此

时点  $P$  的坐标.

**解:** 由双曲线定义可知:  $\therefore \|CF_2\| - \|CF_1\| = 4 = 2a < \|F_1F_2\| = 2\sqrt{5} = 2c$ ,

故  $C$  的圆心轨迹  $L$  的方程为  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ . 按如下步骤操作:

S1 按  $\boxed{\text{ctrl}} \boxed{\text{doc}} \boxed{2}$  添加一个图形页面;

S2 按  $\boxed{\text{menu}} \boxed{3} \boxed{2}$  用参数方程形式画出双曲线;

S3 按  $\boxed{\text{menu}} \boxed{7} \boxed{1} \boxed{1}$  输入点  $M$  的坐标再按  $\boxed{\text{enter}}$ ;

S4 用同样的方法作出点  $F$ ;

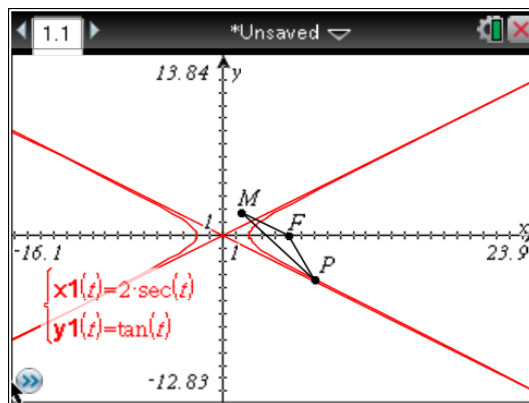
S5 按  $\boxed{\text{menu}} \boxed{7} \boxed{2}$  在双曲线上作一点  $P$ ;

S6 按  $\boxed{\text{menu}} \boxed{7} \boxed{5}$  利用线段功能作出  $\triangle MFP$ ;

S7 拖动点  $P$ , 由三角形两边之差小于第三边的原理可知

当点  $P$  在  $x$  轴下方且  $M, F, P$  三点共线时,  $\|MP\| - \|FP\|$  取到最大值.

显示结果如右图. 所以此题答案为  $(\|MP\| - \|FP\|)_{\max} = \|MF\| = 2$ .



**点评:** 此题主要考查求曲线的轨迹方程、两点之间的距离、动点环境下求最值等知识, 考查数形结合、化归与转化、函数与方程的数学思想方法, 以及推理论证能力、运算求解能力和创新意识.

通过利用 TI 图形计算器对 2011 年的广东高考理科数学部分试题的研究, 我们发现今年的考题显得更为基础、生动、有趣, 更具直观性. 如果我们在教学中要充分发挥现代信息技术的优势, 为学生在学习数学的道路上提供丰富多彩的教育环境和努力学习的工具, 优化我们的数学教学模式, 这将充分激发学生的学习兴趣, 培养学生的参与意识. 利用类似于 TI 图形计算器的手持技术辅助教学, 更有利于突破教学难点, 培养学生抽象思维、空间想象能力, 更有利于提高我们的课堂效率.